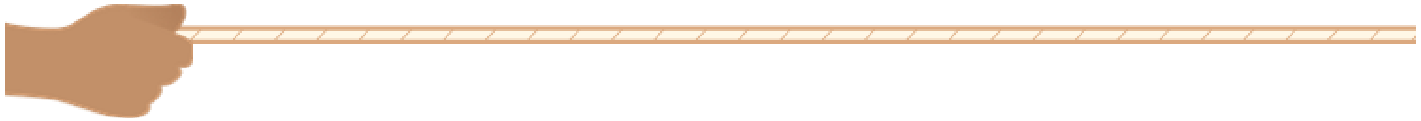
ONDAS

1. **Pulsos y Ondas**
2. **Clasificación de las ondas**
   - i. viajeras vs. estacionarias
   - ii. mecánicas vs. electromagnéticas
   - iii. transversales vs. longitudinales
4. **La función de onda**
5. **La ecuación de onda estándar**
6. **Interferencia**
   - i. 2 ondas con iguales v, λ y sentido
   - ii. 2 ondas con iguales v y λ, diferente sentido
7. **Ondas estacionarias**
   - i. velocidad (~~deduccion de la ecuación~~)
   - ii. fuerza de tensión "T" (relación con v, m y L)
   - iii. frecuencia fundamental y sobretonos
8. **Energía transportada por una onda mecánica**

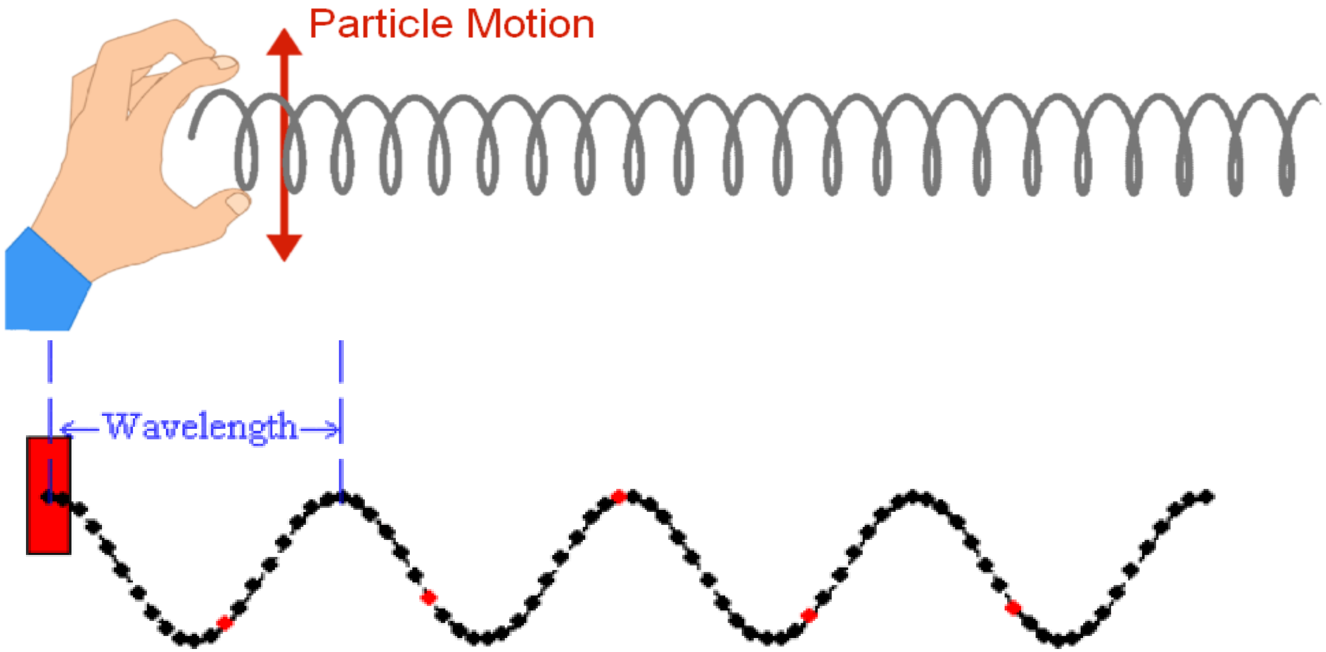
Pulsos y Ondas

Pulso



→ El pulso es una onda de duración corta. En este caso dura lo necesario para generar ½ onda.
→ La mano (*la fuente*) genera una perturbación hacia arriba (hacia +Y), en x=0 a t=0.
→ Esta perturbación tendrá una amplitud igual a la altura que la mano haya alcanzado.
→ A medida que transcurre el tiempo (t>0), la perturbación se propaga a lo largo del eje +X.

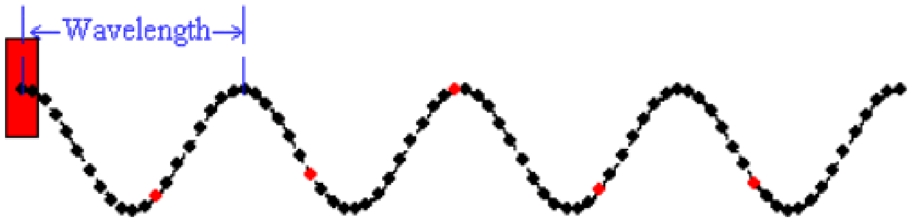
Onda



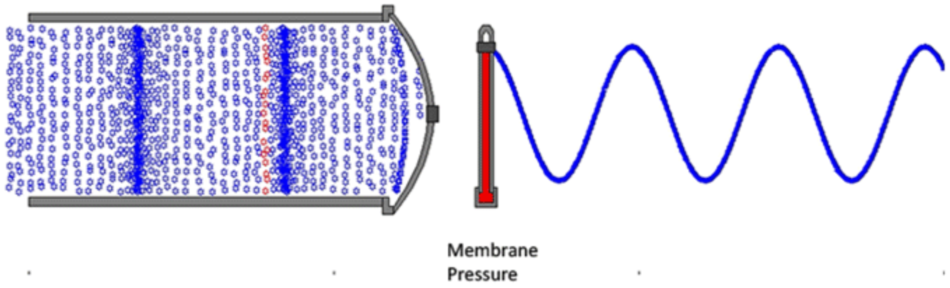
→ La *fuente* genera perturbaciones periódicas hacia arriba (+Y) y abajo (-Y), en x=0.
→ La perturbación hacia arriba o abajo determina la amplitud de la onda.
→ A medida que transcurre el tiempo (t>0), la perturbación se propaga a lo largo del eje +X.
→ Para este ejemplo particular, la dirección de oscilación es en el eje Y, y la de propagación el eje X

Ondas viajeras

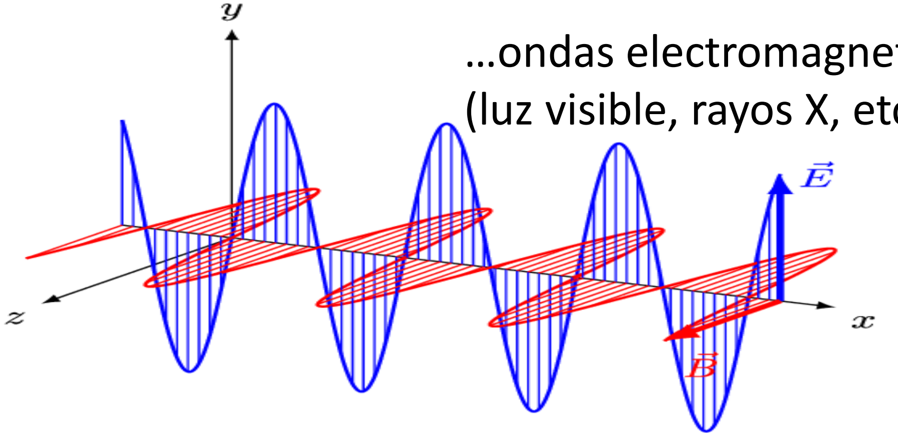
…perturbación periódica en una cuerda



…sonido en el aire



…ondas electromagneticas
(luz visible, rayos X, etc)

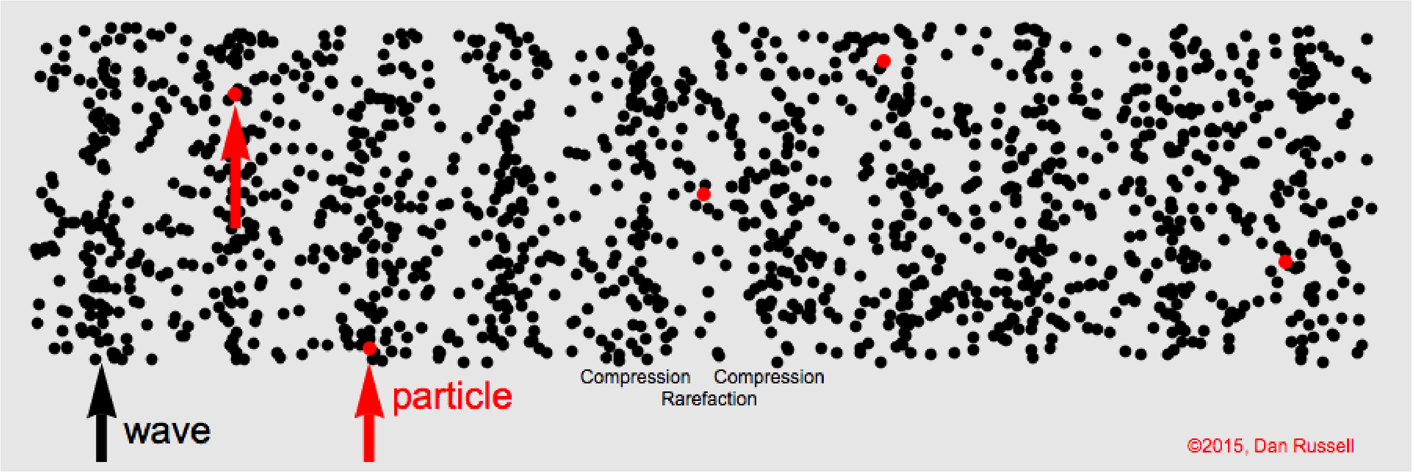


Ondas estacionarias

Ej. Cuerdas en una guitarra

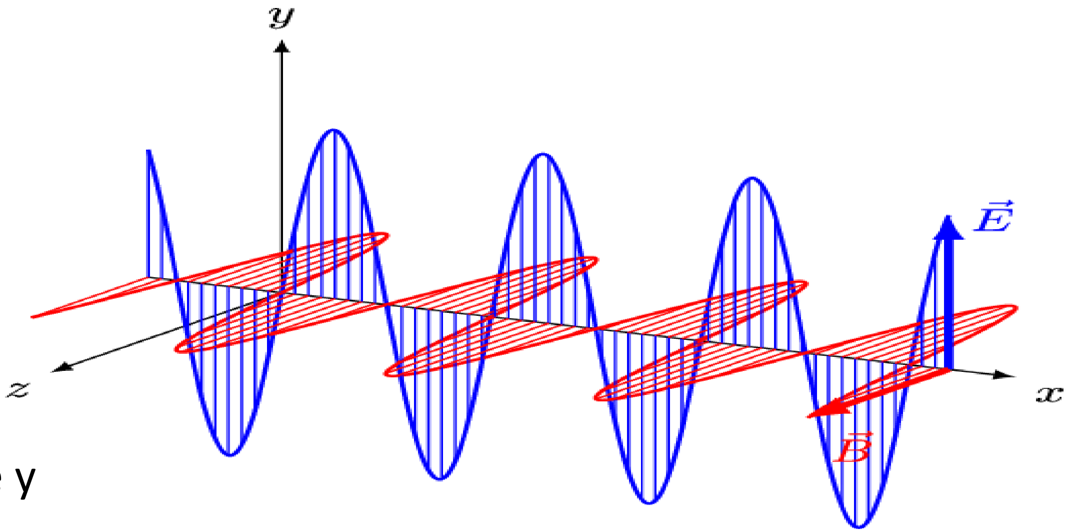
Ondas Mecánicas vs. Electromagnéticas

→ Ondas mecánicas (Ej. Sonido, perturbación en una cuerda, o en un fluido).



- Necesitan de un medio para propagarse…por lo tanto, no se propagan en el vacío.
- Su velocidad depende de varios factores.

→ Ondas electromagneticas (ondas de radio, microondas, luz visible y ultravioleta, rayos X, rayos gamma, etc)

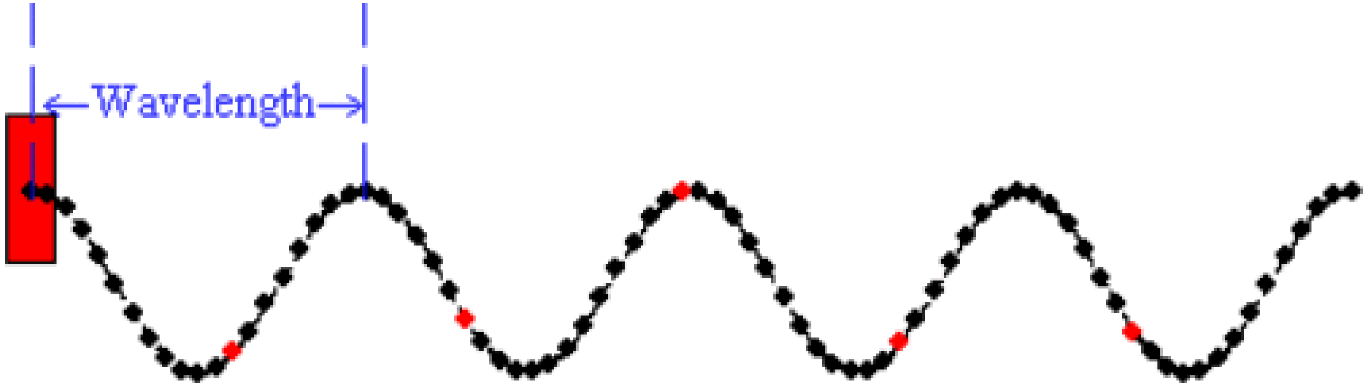


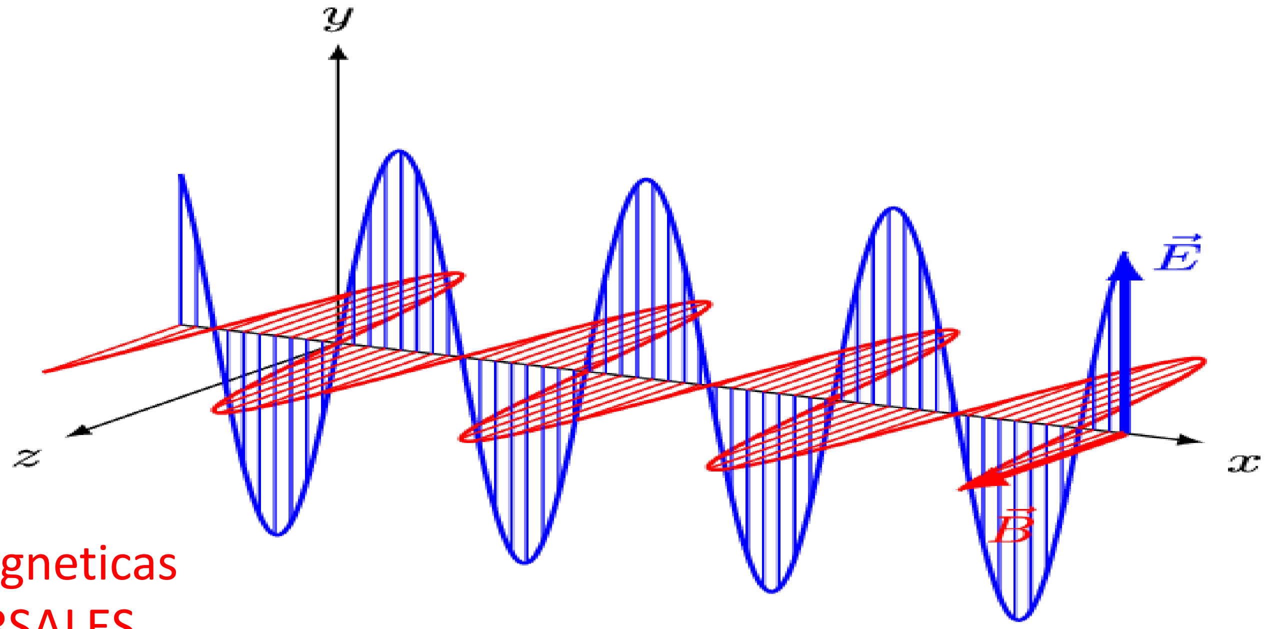
- Se pueden propagar en el vacío…pero tambien en medios gaseosos (aire), líquidos (agua) o sólidos (vidrio)
- En el vacío se propagan a la velocidad de la luz (c = 3.10^8 m/s)…en otros medios la velocidad es inferior a c.

ONDAS TRANSVERSALES:

la dirección de oscilación es perpendicular a la dirección de propagación

Onda mecánica transversal (ej. Onda en una cuerda)

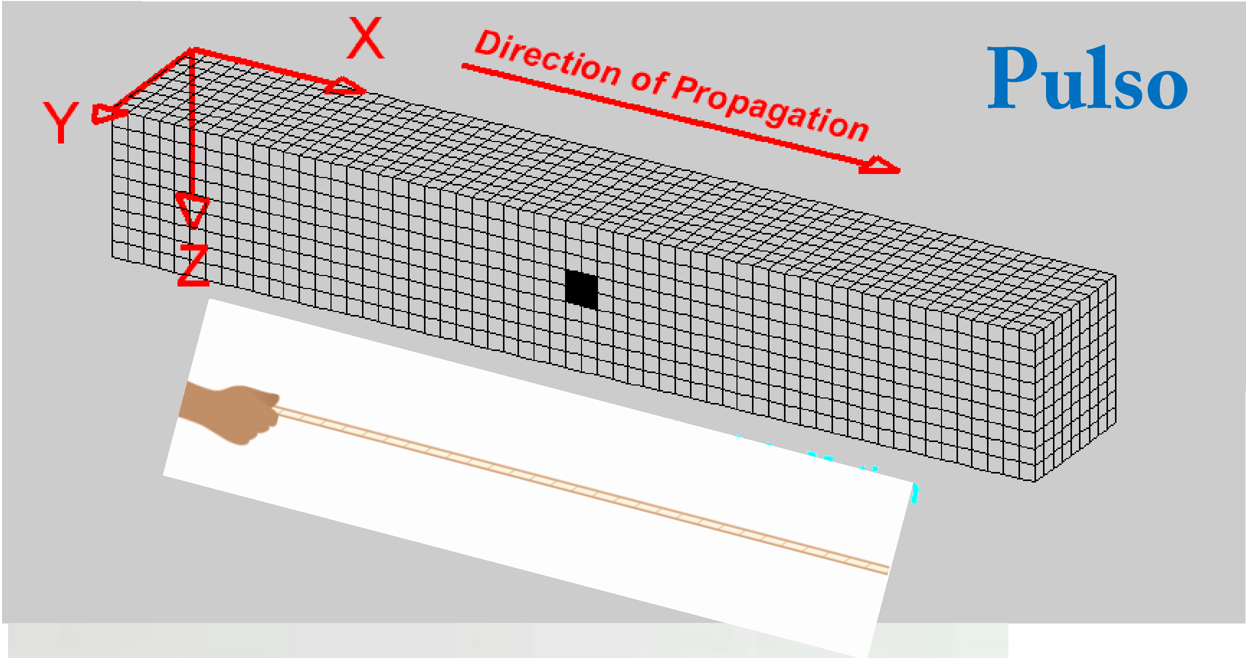


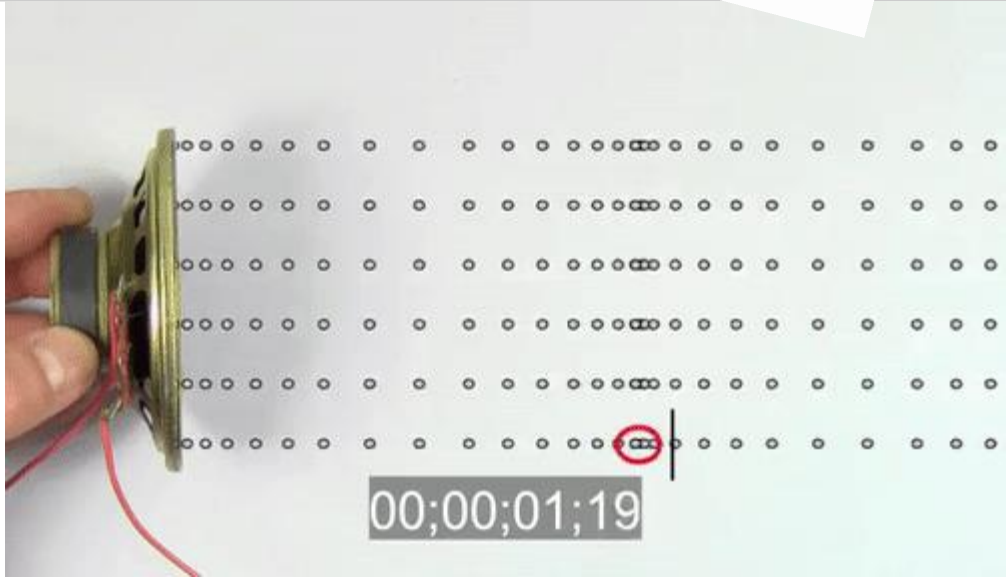


Ondas electromagneticas SON TRANSVERSALES SIEMPRE!

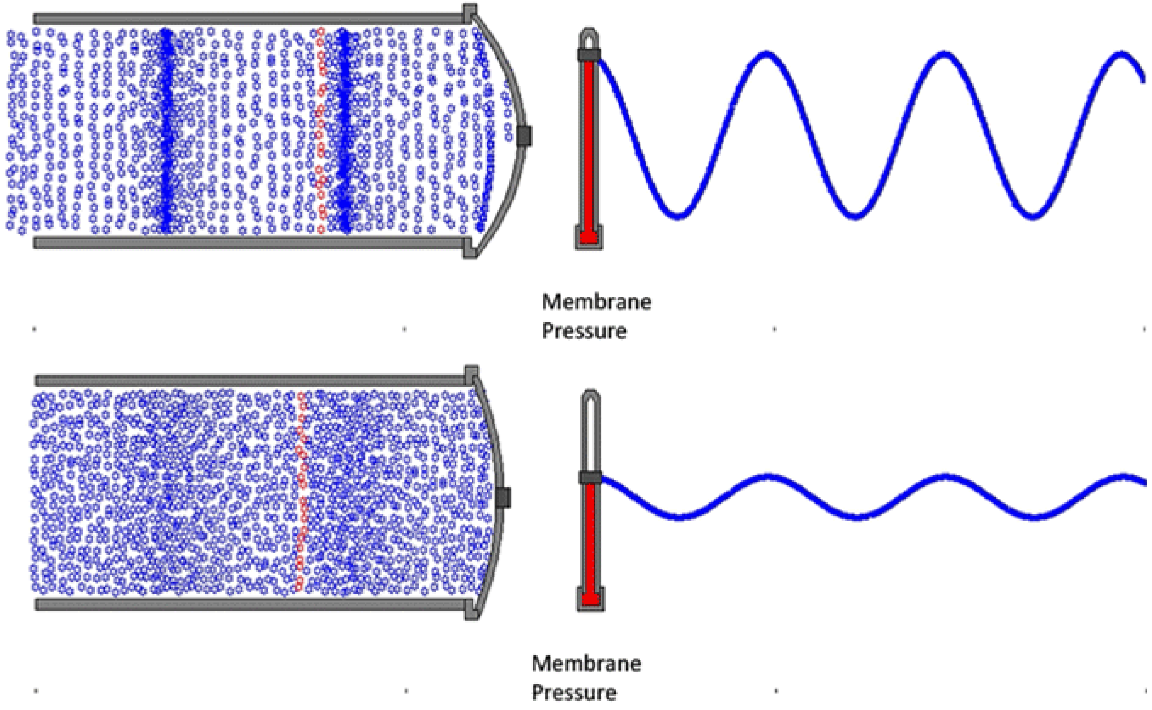
ONDAS LONGITUDINALES:

la dirección de oscilación es paralela a la dirección de propagación





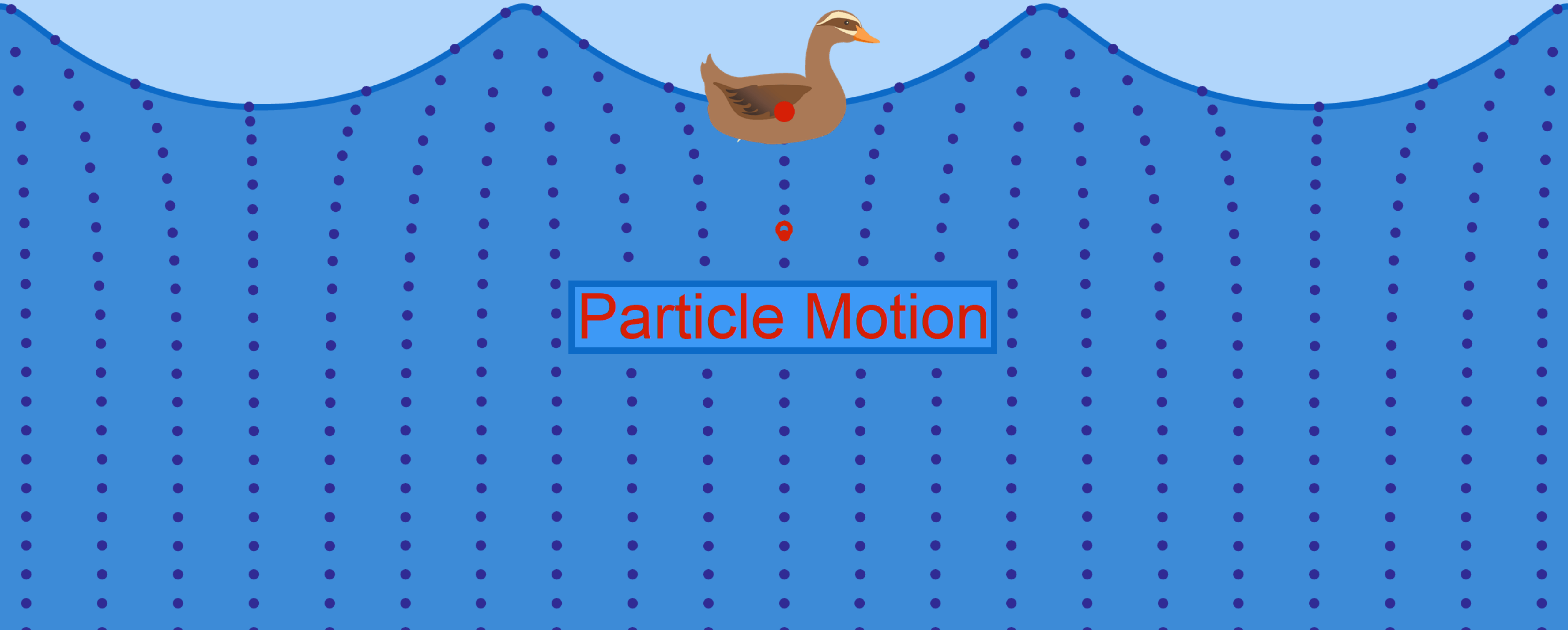
Ej. Ondas de sonido, genera zonas de presión en el aire



ONDAS SUPERFICIALES

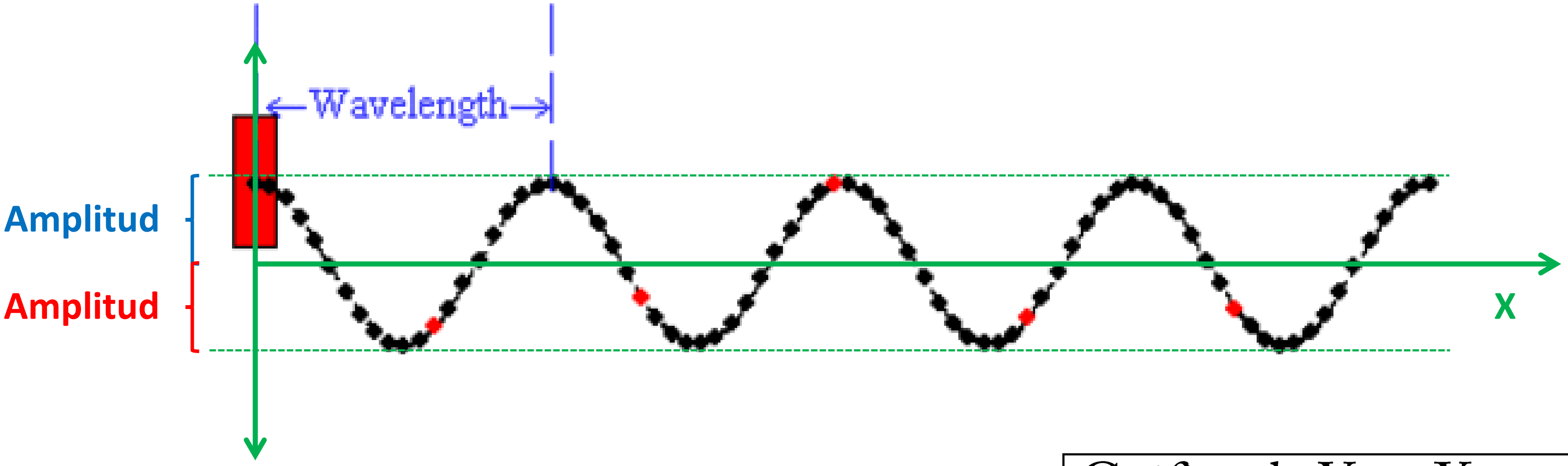
Energy Transport

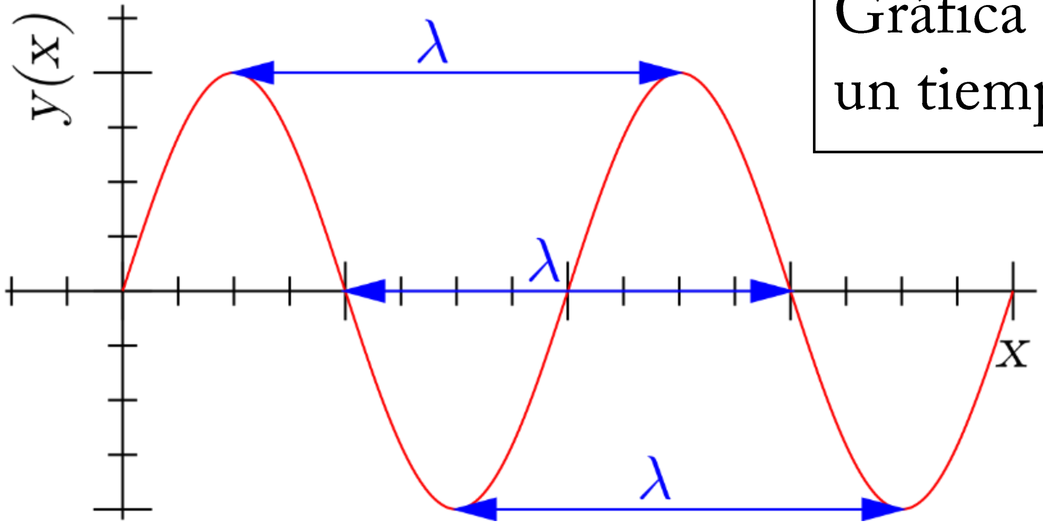
- Las particulas del fluido se mueven tanto de forma paralela como perpendicular a la dirección de desplazamiento de la onda
- Las ondas superficiales en líquidos son combinación de ondas transversales y longitudinales!!!



ONDAS: Amplitud, longitud de onda (λ) y frecuencia (ν)

Gráfica de Amplitud (Y) versus Posición (X)

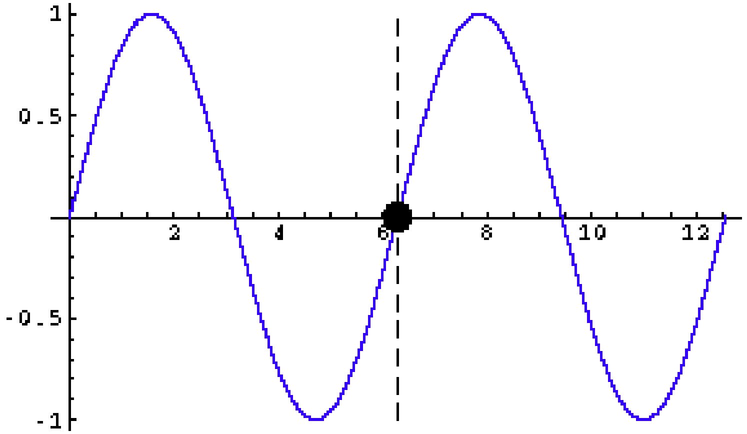


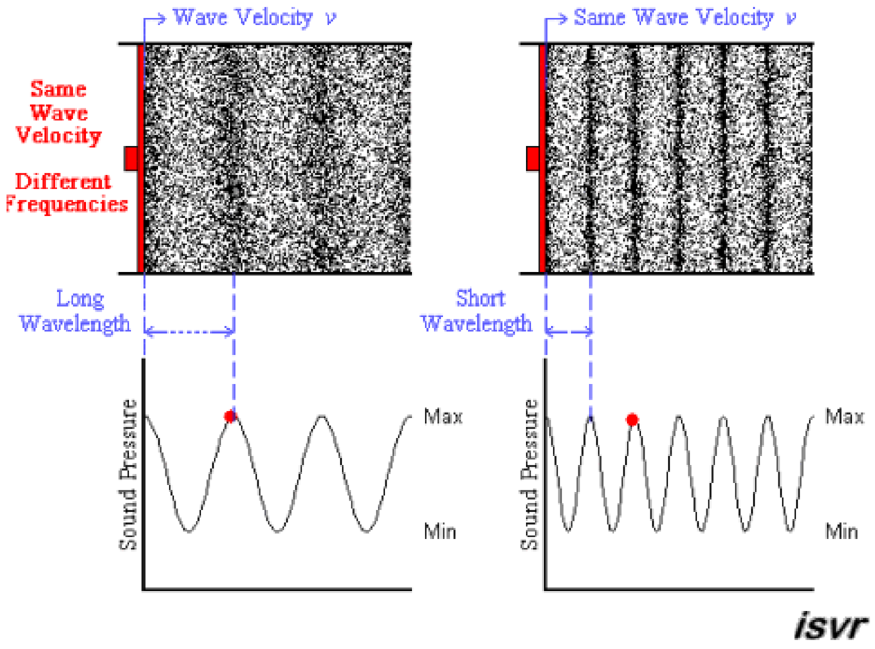


Gráfica de Y vs. X para un tiempo t determinado

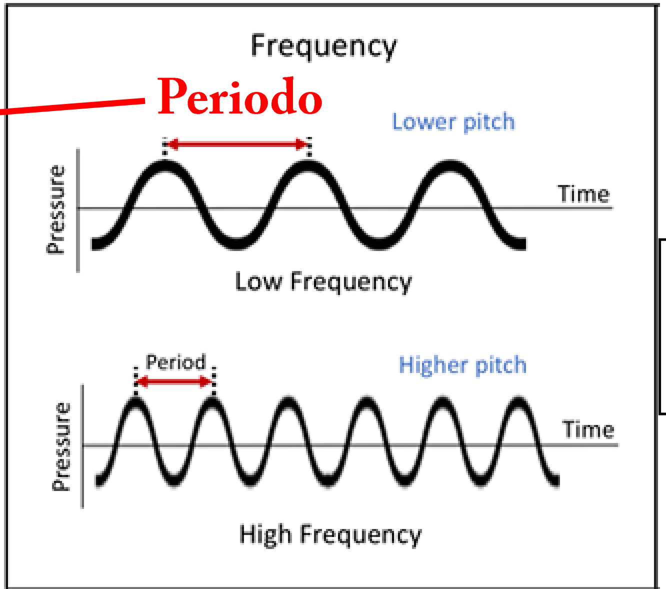
ONDAS: Amplitud, longitud de onda (λ) y frecuencia (ν)

Gráfica de Amplitud (Y) versus tiempo (t)





$$\frac{1}{f} = T$$



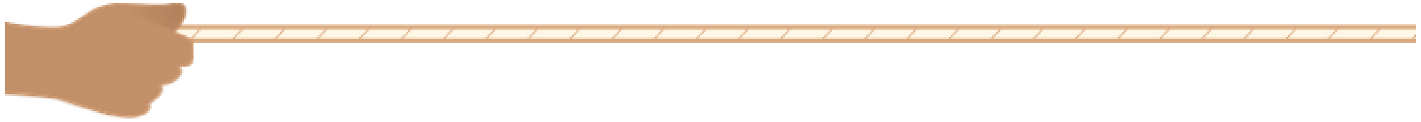
→ El periodo es el inverso de la frecuencia.

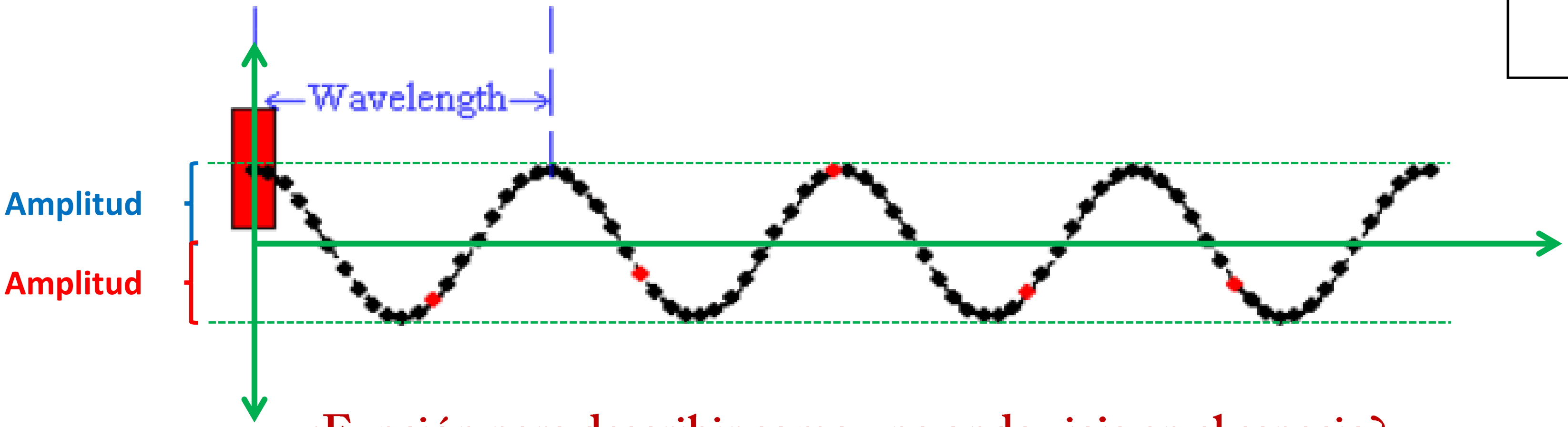
→ Tiene unidades de [s]

Gráfica de Y vs. t para una posición X determinada

FUNCION DE ONDA

- El pulso se propaga con una velocidad (v) hacia la derecha, sobre el eje X.
- En t=0 se encuentra en x=0, pero a t>0 se encontrará en $[x(t) = x_0 + v.t]$ (con $x_0 = 0$)
- La amplitud (Y) es una función de x y t, por lo tanto: $Y(x,t) = f(x-v.t)$





¿Función para describir como una onda viaja en el espacio?

¿Cómo esa onda cambia en el tiempo?

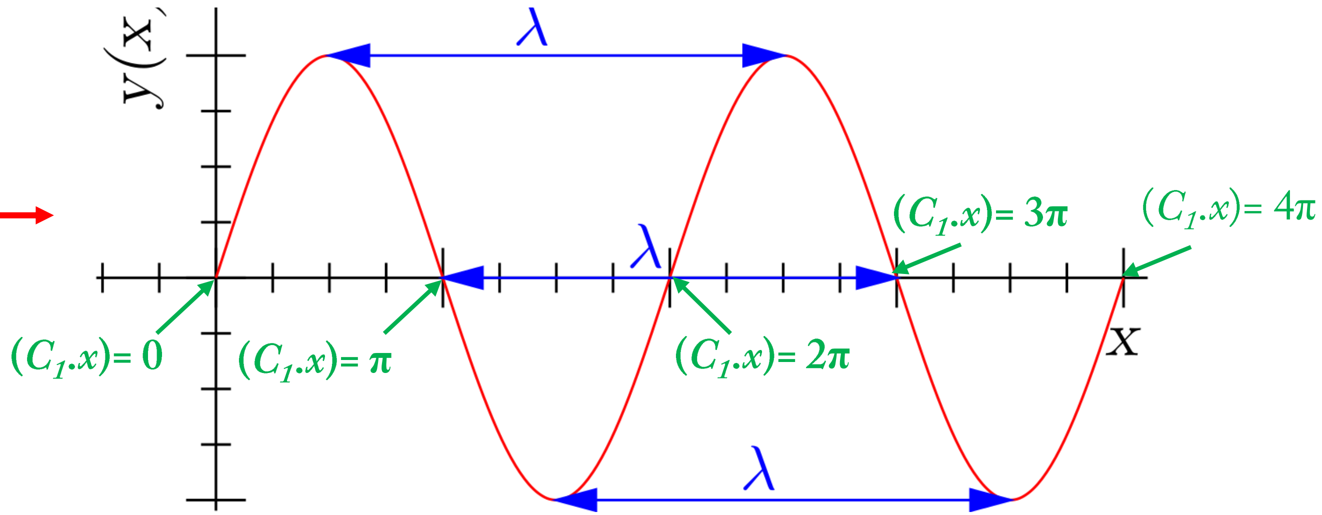
→ Caso 1: una onda en el espacio a un tiempo determinado (t=0)

$$\boxed{Y(x, t = 0) = A.\,\mathrm{sen}(C_1.\,x)}$$

¿Qué es C_1?

FUNCION DE ONDA

¿Qué es C_1?



- Para que una función [sen (C.x)] sea igual a cero…
→ (C.x) = 0, π, 2π, 3π, 4π, 5π …

Entonces:

$(C_1.x)= \pi$ → $x = \lambda/2$
$(C_1.x)= 2\pi$ → $x = \lambda$
$(C_1.x)= 3\pi$ → $x = 3\lambda/2$

$$\boxed{C_1 = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

$$\boxed{Y(x, t = 0) = A.\text{sen}(C_1.x)} \Rightarrow \boxed{Y(x, t = 0) = A.\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}.x\right)} \Rightarrow \boxed{Y(x, t = 0) = A.\text{sen}(\boldsymbol{k}.x)}$$

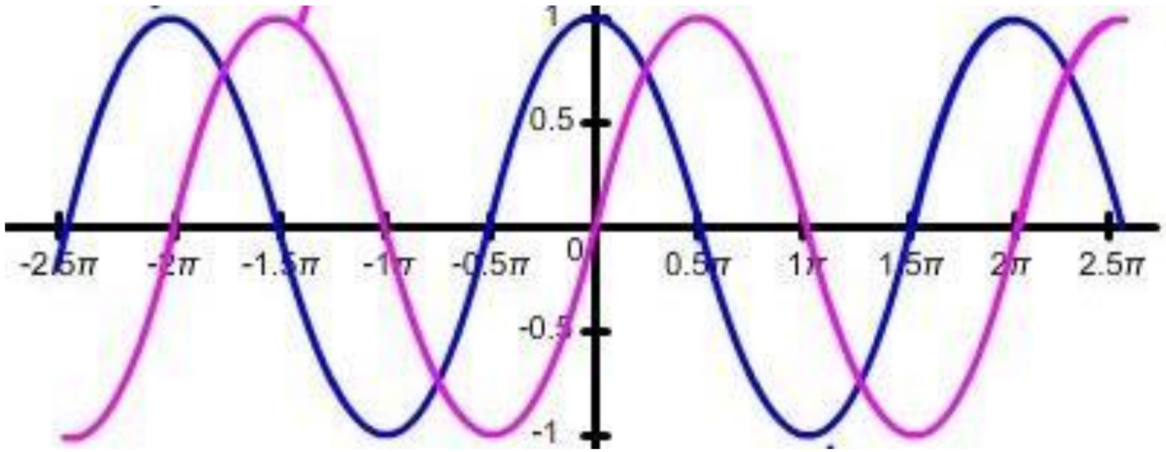
$\boxed{x = [m]}$

Longitud de onda: $\boxed{\lambda = [m]}$

$\boxed{x = [m]}$

Número de onda: $\boxed{k = [m^{-1}]}$

FUNCION DE ONDA: diferencia de fase



$$Y_1(x, t = 0) = A.\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}.x\right)$$

$$Y_2(x, t = 0) = A.\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}.x - \varphi\right)$$

$$Y_3(x, t = 0) = A.\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}.x + \varphi\right)$$

→ Graficar puntos de la onda Y_1 para:
x= 0, λ/4, λ/2, 3λ/2, λ (asumir que A=1)

→ En la misma gráfica coloque los puntos de las ondas Y_2 y Y_3 para:
x= 0, λ/4, λ/2, 3λ/2, λ (asumir A=1 y $\varphi=\pi/2$)

→ Analice como se modifica la onda cuando suma o resta un φ.

→ ¿Qué ocurre si φ cambia en el tiempo?

FUNCION DE ONDA: dependencia temporal

$$\boxed{Y_2(x,t) = A.\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \varphi)}$$

$$\boxed{\varphi = f(t) = \frac{d\varphi}{dt}.t = \omega.t}$$

Frecuencia Angular

$$\boxed{Y_2(x,t) = A.\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \omega.t)}$$

$\boxed{\omega = \boldsymbol{2\pi f}}$ $\boxed{\omega = [\boldsymbol{rad/s}]}$ $\boxed{f = [\boldsymbol{1/s}] = [\boldsymbol{Hz}]}$

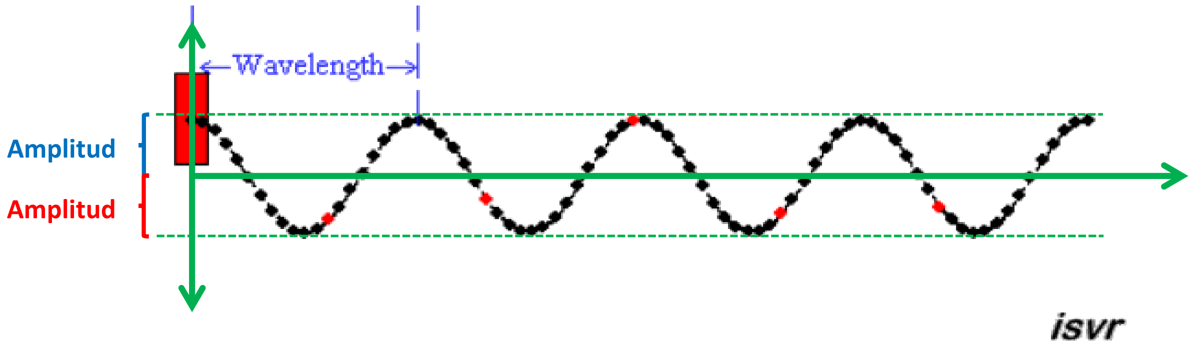
$$\boxed{Y_2(x,t) = A.\mathrm{sen}\left(\frac{\boldsymbol{2\pi}}{\boldsymbol{\lambda}}.x - \boldsymbol{2\pi f}.t\right)}$$

→ La velocidad desplazamiento (propagación) es directamente proporcional a f (o ω).

→ Velocidad de un onda:

$$\boxed{v = \boldsymbol{f}.\boldsymbol{\lambda} = \frac{\omega}{\boldsymbol{k}}}$$

→ ¿Cuál será la amplitud de una onda con A=0.1 m, λ = 2 m y v = 20 m/s, en x=0 a t=2s?



→ ¿Cuánto es A, λ, k, f, ω y v?

$$\boxed{Y(x,t) = 0{,}02[m].\mathrm{sen}\left(\boldsymbol{0{,}04[m^{-1}]}.x - 40[{}^{rad}/_{s}].t\right)}$$

→ Exprese Y(x,t) como f(x-v.t)

$$\boxed{Y(x,t) = A.\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \omega.t)}$$

$$\boxed{Y(x,t) = ???}$$

ECUACION DE ONDA ESTANDAR: en 1D

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

$$\boxed{Y(x,t) = A.\operatorname{sen}(k.x - \omega.t)}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = k.A.\cos(k.x - \omega.t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\omega.A.\cos(k.x - \omega.t) = v_y$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2.\underbrace{A.\operatorname{sen}(k.x - \omega.t)}_{Y(x,t)}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2.\underbrace{A.\operatorname{sen}(k.x - \omega.t)}_{Y(x,t)} = a_y$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2.Y(x,t)$$

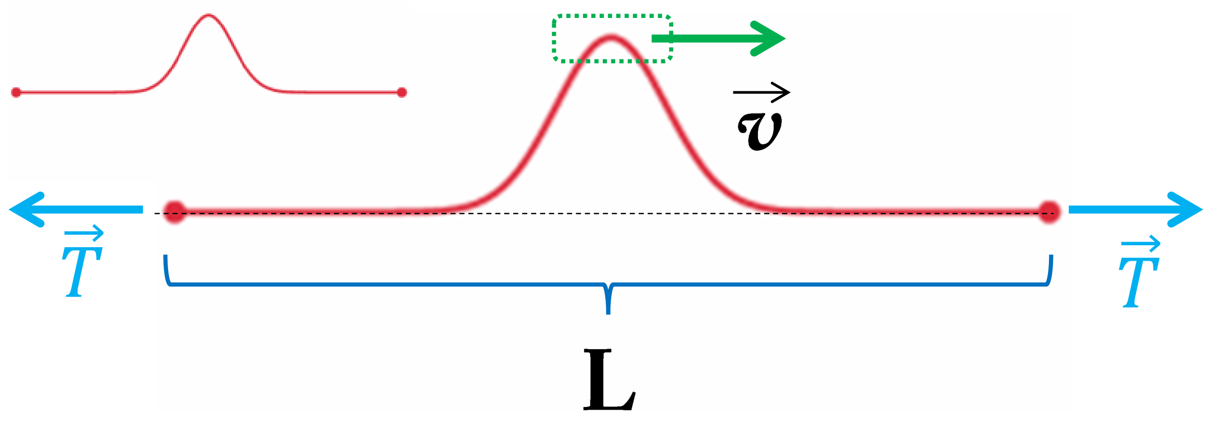
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2.Y(x,t)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}} \Rightarrow \boxed{-k^2.Y(x,t) = -\frac{1}{v^2}\omega^2.Y(x,t)}$$

→ Comprobar la igualdad sabiendo que:

$$\boxed{v = \boldsymbol{f}.\lambda = \frac{\omega}{\boldsymbol{k}}}$$

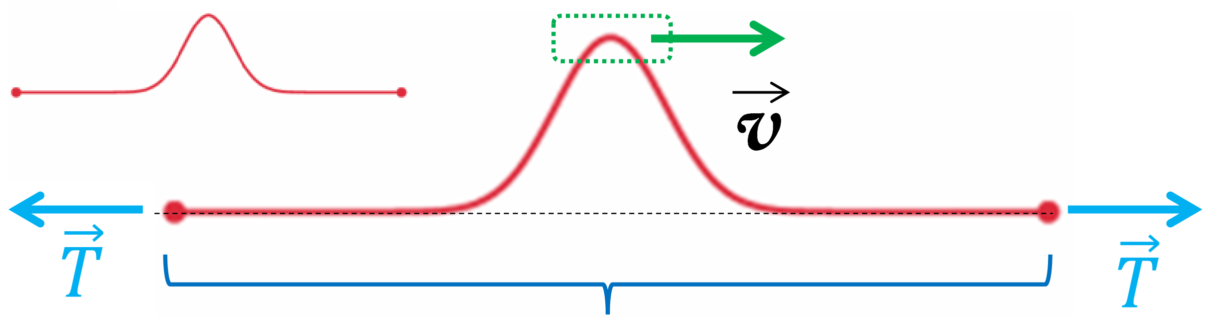
ONDAS MECANICAS: velocidad en una cuerda



$$\frac{masa\ de\ la\ cuerda}{longitud\ de\ la\ cuerda} = \frac{m}{L} = \mu = densidad\ lineal\ de\ masa = \frac{dm}{dx}$$

$$\boxed{v = \sqrt{T/\mu}}$$

ONDAS MECANICAS: Energía cinética en un fragmento



→ En un fragmento dx de una cuerda existe una fraction de masa dm

→ La fracción de Energía cinética que lleva ese fragmento de onda puede denotarse como dE_c y es igual a

$$dE_c = \frac{1}{2} dm.\, v_y^2$$

→ Teniendo en cuenta μ

$$dE_c = \frac{1}{2} \mu.\, dx.\, v_y^2$$

→ Reemplazando la expresión de velocidad de la onda en eje Y *(ver Ecuación de Onda Estandar Slide14)*

$$dE_c = \frac{1}{2} \mu.\, dx.\, [\omega.\, A.\cos(k.\, x - \omega.\, t)]^2$$

→ Resolviendo…

$$dE_c = \frac{1}{2} \mu.\, \omega^2.\, A^2.\cos^2(k.\, x - \omega.\, t)\, .\, dx$$

→ Para t=0

$$dE_c = \frac{1}{2} \mu.\, \omega^2.\, A^2.\cos^2(k.\, x)\, .\, dx$$

…e integrando para una extension de una longitud de onda…se obtiene la Ec de un λ

$$\int_0^{E_c} dE_c = \frac{1}{2} \mu.\, \omega^2.\, A^2.\int_0^{\lambda} \cos^2(k.\, x)\, .\, dx$$

$$\boxed{E_c^{1\lambda} = \frac{1}{4} \mu.\, \omega^2.\, A^2.\, \lambda}$$

ONDAS: Energía y Potencia

→ Energias cinética y potencial para una onda mecánica armónica, en una cuerda:

Energía cinética

$$E_c^{1\lambda} = \frac{1}{4}\mu.\omega^2.A^2.\lambda$$

Energía potencial elástica

$$U_e^{1\lambda} = \frac{1}{4}\mu.\omega^2.A^2.\lambda$$

Energía total en 1λ: $$E_T^{1\lambda} = \left[E_c^{1\lambda} + U_e^{1\lambda}\right] = \frac{1}{2}\mu.\omega^2.A^2.$$

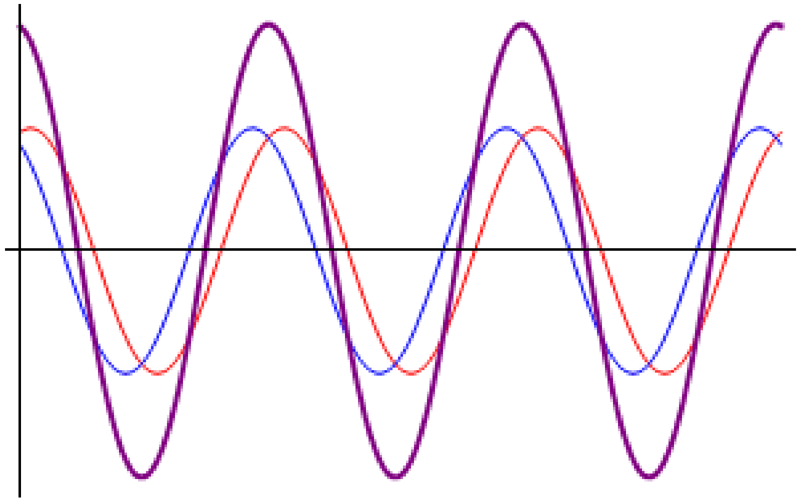
→ Se puede demostrar que la potencia media para una onda armónica es:

$$P_{1/2} = \frac{1}{2}\mu.\omega^2.A^2.v$$

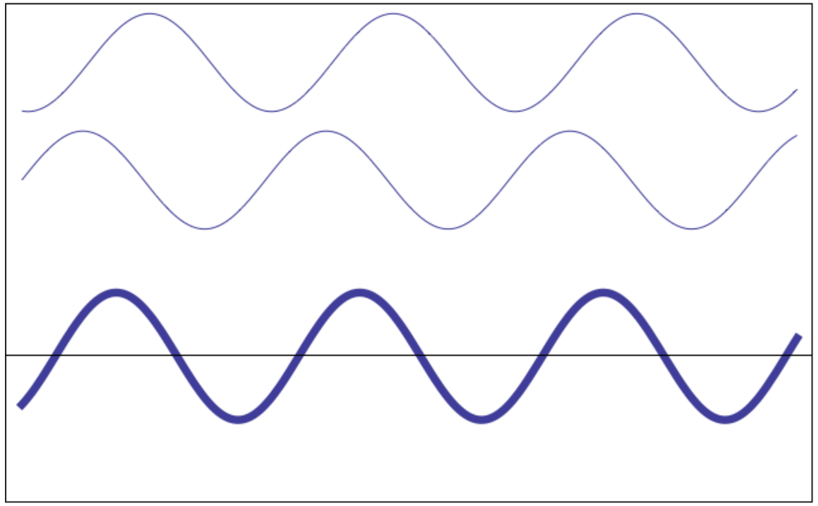
→ Potencia es directamente proporcional a la (amplitud)^2

INTERFERENCIA DE ONDAS

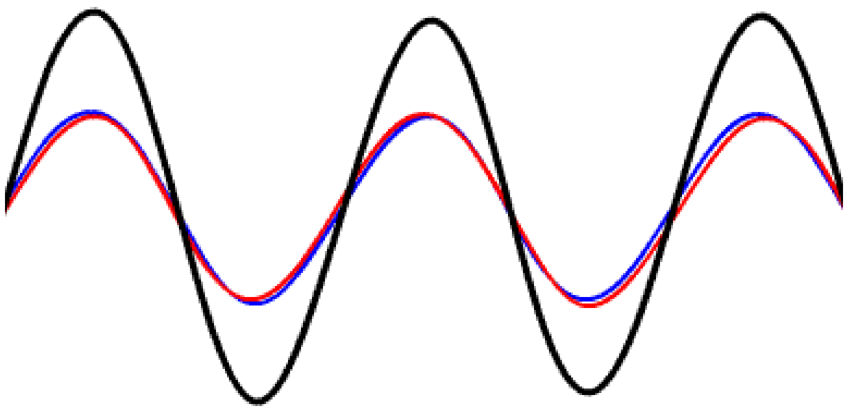
Sentido, λ y f (v) iguales



λ iguales
v diferentes



Sentidos opuestos
λ y f (v) iguales



¿Cuando hay interferencia constructiva y cuando destructiva?

INTERFERENCIA DE ONDAS: igual sentido, λ y f (v)

$$Y_1(x,t) = A.\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t)$$

$$Y_2(x,t) = A.\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t - \Phi)$$

Principio de superposición

$$Y_1 + Y_2 = A.\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t) + A.\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t - \Phi)$$

$$\mathrm{sen}\,a + \mathrm{sen}\,b = 2\,\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}(a+b)\right]\cos\left[\frac{1}{2}(a-b)\right]$$

$$Y_1 + Y_2 = A.\left[2.\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}\left((\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t) + (\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t - \Phi)\right)\right].\cos\left[\frac{1}{2}\left((\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t) - (\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t - \Phi)\right)\right]\right]$$

$$Y_1 + Y_2 = A.\left[2.\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t + \boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t - \Phi)\right].\cos\left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t - \boldsymbol{k}.x + \boldsymbol{\omega}.t + \Phi)\right]\right]$$

$$Y_1 + Y_2 = A.\left[2.\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}(2\boldsymbol{k}.x - 2\boldsymbol{\omega}.t - \Phi)\right].\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right]$$

$$Y_1 + Y_2 = 2\mathrm{A}.\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right).\mathrm{sen}\left(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t - \frac{\Phi}{2}\right)$$

- → ¿Qué tipo de onda se obtiene?
- → ¿Cuánto será la amplitud de la onda resultante cuando **Φ** = **π**? ¿Y para **Φ** = **π**/2?
- → Grafique ambos casos.
- → ¿Que ocurriría si v_1 es diferente de v_2?

INTERFERENCIA DE ONDAS: iguales λ y f (v), sentido opuesto

$$Y_1(x,t) = A.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t)$$

$$Y_2(x,t) = A.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x + \boldsymbol{\omega}.t)$$

Principio de superposición

$$Y_1 + Y_2 = A.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t) + A.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x + \boldsymbol{\omega}.t)$$

$$\mathrm{sen}\,a + \mathrm{sen}\,b = 2\,\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}(a+b)\right]\cos\left[\frac{1}{2}(a-b)\right]$$

$$Y_1 + Y_2 = A.\left[2.\,\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}\big((\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t) + (\boldsymbol{k}.x + \boldsymbol{\omega}.t)\big)\right].\cos\left[\frac{1}{2}\big((\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t) - (\boldsymbol{k}.x + \boldsymbol{\omega}.t)\big)\right]\right]$$

$$Y_1 + Y_2 = A.\left[2.\,\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t + \boldsymbol{k}.x + \boldsymbol{\omega}.t)\right].\cos\left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t - \boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t)\right]\right]$$

$$Y_1 + Y_2 = A.\left[2.\,\mathrm{sen}\left[\frac{1}{2}(2\boldsymbol{k}.x)\right].\cos\left[\frac{1}{2}(-2\boldsymbol{\omega}.t)\right]\right]$$

$$Y_1 + Y_2 = 2\mathrm{A}.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x)\cos(-\boldsymbol{\omega}.t)$$

$$Y_1 + Y_2 = 2\mathrm{A}.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x)\cos(\boldsymbol{\omega}.t)$$

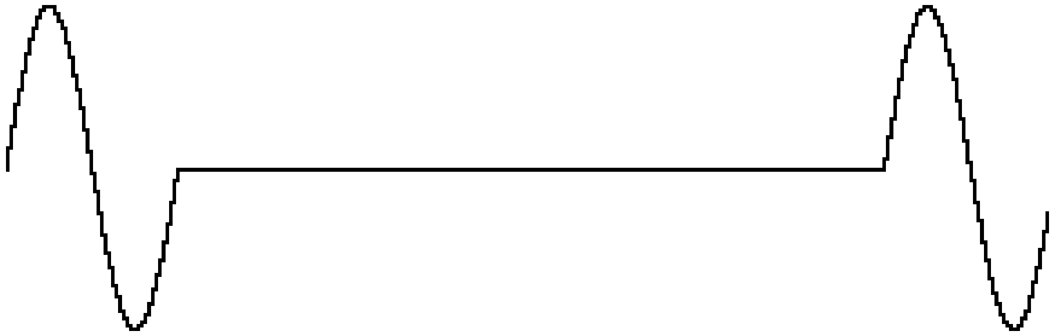
→ ¿Qué tipo de onda se obtiene?

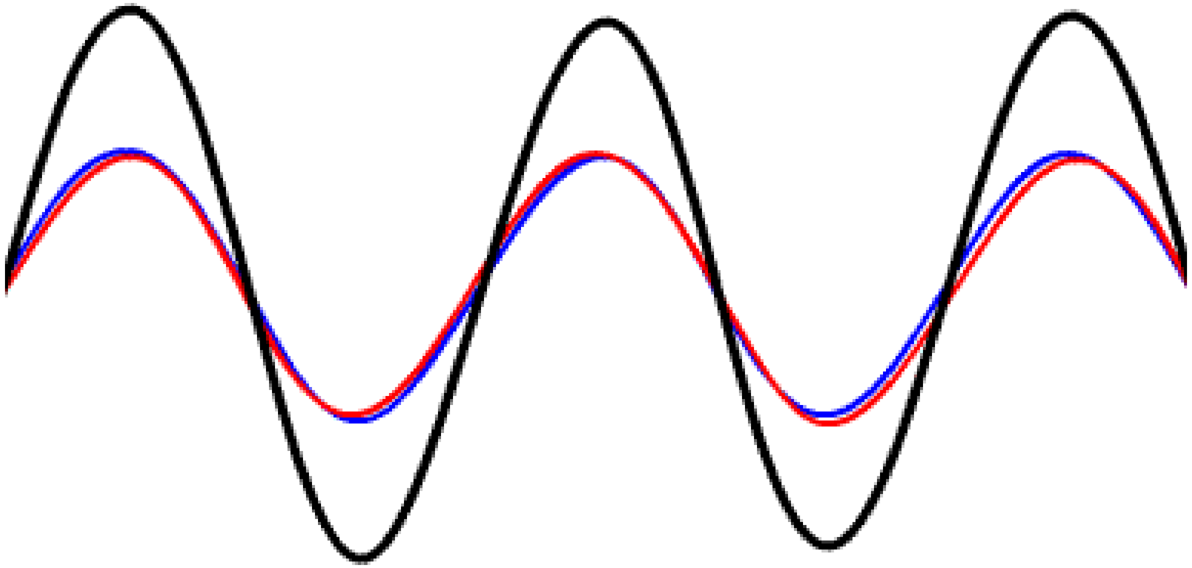
→ Analizar como afectan la amplitud de la onda resultante:

- sen($\boldsymbol{k}.x$)
- cos($\boldsymbol{\omega}.t$)

→ ¿Que ocurriría si v_1 es diferente de v_2?

ONDAS ESTACIONARIAS





ONDAS ESTACIONARIAS: velocidad en una cuerda

Sobretonos / Armónicos

$$v = \sqrt{T/\mu}$$

$$v = f.\lambda$$

→ Se tiene una cuerda de L=1 m y m = 4 g, que está sujeta en un extremo a un clavo fijo y en el otro a una fuente que oscila a 50 Hz.

→ Indique las tensiones necesarias para obtener las ondas que se muestran en la animación.

ONDAS ESTACIONARIAS
Nodos y Antinodos

$$\boxed{Y_1 + Y_2 = 2\mathrm{A}.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.\,x)\cos(\boldsymbol{\omega}.\,t)}$$

$$\boxed{Y_1 + Y_2 = 2\mathrm{A}.\,\underbrace{\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}.\,x\right)}_{\text{Determina la posición de NODOS y ANTINODOS}}\cos(\boldsymbol{2\pi f}.\,t)}$$

NODOS

$$\boxed{\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}.\,x\right) = 0 \rightarrow x = 0, \frac{1\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \ldots \frac{n\lambda}{2}}$$

ANTINODOS

$$\boxed{\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}.\,x\right) = 1 \rightarrow x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots}$$

ONDAS ESTACIONARIAS

Sobretonos / Armónicos → frecuencias naturales

NODOS $\boxed{\boldsymbol{sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}.x\right) = 0 \rightarrow x = \frac{n\lambda}{2} = \frac{n\pi}{k} = L}}$

→ Para el caso de una cuerda sabemos que: $v = f.\lambda$ …y… $v = \sqrt{\frac{T}{(m/L)}}$ ⇒ $f.\lambda = \sqrt{\frac{T}{(m/L)}}$

o

$f = \lambda/v$

$\boxed{f.\lambda = \sqrt{\frac{T}{(m/L)}}}$ ⇒ $\boxed{f = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{(m/L)}}}$ …y… $\boldsymbol{\frac{n\lambda}{2} = \frac{n\pi}{k} = L}$ ⇒ $\boldsymbol{\lambda = \frac{2L}{n}}$

⇓

$$\boxed{f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{(m/L)}}}$$

→ n=1 es la frecuencia fundamental f_1

→ n>1 son los sobretonos: $\boxed{f_n = n.f_1}$

ONDAS de sonido
Sobretonos / Armónicos → frecuencias naturales

$$Y_1(x,t) = A.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t)$$

$$\Delta P(x,t) = \Delta P_{Max}.\,\mathrm{sen}(\boldsymbol{k}.x - \boldsymbol{\omega}.t)$$